



Заочный школьный конкурс РЭШ

1 марта — 7 апреля 2011 года

Конкурсные задания

Вам предлагается решить 15 задач: 10 качественных и 5 количественных (математических).

Задачи 1—10 — качественные: каждая из них содержит один или несколько вопросов или заданий, решение которых предполагается целиком текстовым. Ответ на любой вопрос должен быть аргументирован. Старайтесь делать все логические переходы как можно более ясными и строгими. Если Вы в своих рассуждениях опираетесь на какие-либо дополнительные предпосылки, не забудьте сформулировать эти предпосылки. В типичном случае ответ на вопрос качественной задачи, включающий необходимую аргументацию, занимает не больше 3—5 предложений.

Задачи 11—15 — математические: ответы на все вопросы в них должны быть аргументированы с помощью строгих логических рассуждений и/или математических вычислений.

Помимо общего рейтинга (по сумме баллов за все задачи), будут построены рейтинги по сумме баллов за все качественные задачи, по сумме баллов за все математические задачи, а также отдельно по каждой задаче в группе самых сложных и творческих — это задачи 8, 9, 10, 14, 15. Лидеры рейтингов будут награждены дипломами и грамотами. Таким образом, чтобы отличиться в этом конкурсе, можно решить всего одну задачу, но очень хорошо.

Если Вы застряли при решении какой-либо задачи, вспомните следующую идею: люди принимают решения, преследуя собственные интересы. Эта идея служит универсальной подсказкой для решения большинства экономических задач; нужно только понять, в чём в данной конкретной ситуации заключаются интересы каждого из участников и что должен делать каждый из участников, чтобы добиться наиболее благоприятного для себя исхода.

Удачи!

Качественные задачи
(92 балла)

Задача 1

(2 балла)

«В отличие от многих моих знакомых, которые едят всё подряд без разбора, я люблю апельсины и терпеть не могу яблоки. Поэтому мне незачем опасаться запрета на ввоз яблок, который правительство может ввести со следующего месяца: даже если запрет будет введён, это никак не скажется на моём благосостоянии».

Есть ли в этих рассуждениях ошибка?

Задача 2

(2 балла)

Рассмотрим торговый обмен между двумя странами, когда первая страна отдала некоторый набор товаров А и получила взамен некоторый набор Б. Если ценность набора А выше ценности набора Б, то первая страна проиграла от этой сделки, а вторая выиграла. Если ценность А ниже ценности Б, то, наоборот, первая выиграла, а вторая проиграла. Если же эти наборы имеют одинаковую ценность, то от этой сделки не выиграл никто, и страны лишь зря потратили ресурсы на перевозку товаров. Из этого примера становится ясно, что торговля не может приносить выгоду обеим сторонам.

Есть ли в этих рассуждениях ошибка?

Задача 3

(2 балла)

Во время Второй мировой войны Англия и Германия собирались печатать наличные деньги своего противника и разбрасывать их с самолетов над его территорией. Как это помогло бы достижению военных целей этих стран?

Задача 4

(5 баллов)

Приведите единое объяснение для следующих двух историй.

1) Некоторые фирмы печатают в газетах, размещают на своём сайте или просто раздают на улицах купоны, предоставляющие их обладателю скидку при приобретении услуг данной фирмы. Если они таким образом хотят привлечь покупателей более низкой стоимостью услуг, то почему бы им просто не снизить цену и не объявить об этом, вместо того чтобы раздавать купоны?

2) Во многих обувных магазинах ценники спрятаны внутрь обуви (или приклеены на подошву), так что тому, кто ищет низкую цену, приходится вручную перебирать все модели, что довольно хлопотно; подобная картина наблюдается и во многих магазинах одежды. Это повышает риск того, что покупатель не найдёт подходящей по цене модели и уйдёт ни с чем. Зачем тогда магазин прячет ценники?

Задача 5

(4 балла)

В 1973 году в целях улучшения положения бедных слоев населения в ряде штатов США был введен закон, запрещающий в случае банкротства заемщика отчуждать у него дом, используемый в качестве залога по кредиту. Тем не менее, исследования показали, что в результате принятия этого закона благосостояние бедных людей только ухудшилось. Как это можно объяснить?

Задача 6

(4 балла)

Предположим, что вышел указ, в соответствии с которым каждый житель страны X должен сжечь по 1000 рублей (рубли — денежная единица страны X), и этот указ был выполнен. Есть ли среди жителей страны X такие, чье благосостояние в результате этого выросло? (Считаем, что благосостояние жителя зависит только от потребляемых им товаров и услуг.)

Задача 7

(6 баллов)

Во многих деревнях в развивающихся странах участки земли, которыми владеет конкретная семья, оказываются раскиданы по всей деревне, хотя, казалось бы, гораздо удобнее, когда все участки находятся друг рядом с другом. Было предложено следующее объяснение: земельные владения данной семьи формируются в момент женитьбы; жених и невеста получают от своих родителей участки, которые, естественно, вовсе не обязательно находятся рядом. Потом их дети получают в наследство фрагменты этих участков, объединяя их с участками, доставшимися в наследство супругу. Такое происходит в каждом поколении, в результате чего и получается, что у каждой семьи участки рассредоточены по всей деревне.

- а) Можете ли Вы из экономических соображений отвергнуть эту версию объяснения?
- б) Предложите альтернативную версию.

Задача 8

(39 баллов)

Понимание причинно-следственных связей между различными явлениями очень важно для эффективного принятия решений — как в области экономической политики, так и в быту. Однако сделать правильный вывод о причинно-следственной связи, наблюдая статистику, не так просто. Следующие примеры иллюстрируют ошибки, которые легко допустить при поверхностном анализе. Примеры, иллюстрирующие похожие ошибки, объединены в группы. Для каждой группы:

- а) объясните для каждого из примеров в отдельности, почему сделанный вывод неверен;
- б) сформулируйте, какой общий тип ошибки иллюстрируют примеры данной группы;
- в) приведите другой пример, иллюстрирующий тот же тип ошибки.

I

1) Замечено, что в те дни, в которые на пляжах покупают больше мороженого, происходит и больше несчастных случаев на воде. Значит, если ограничить потребление мороженого, риск несчастного случая уменьшится.

2) Среди школьников США, получающих бесплатные обеды, показатели успеваемости в среднем ниже, чем среди их одноклассников, не получающих бесплатных обедов. Это служит убедительным аргументом в пользу того, что бесплатные обеды являются менее качественными, чем то, что едят школьники, питающиеся за свой счёт.

II

1) Дворник Василий Иванович несколько лет подряд наблюдал такую картину: вскоре после того как десяток-другой жителей дома № 48 выходили на крышу, начинался фейерверк. Так было и на Новый год, и на День Победы, и на День города; закономерность ни разу не была нарушена. Василий Иванович ложится спать рано и не любит шум. Наконец он понял, как решить эту проблему: в преддверии очередного праздника он повесил замок на дверь, ведущую на крышу. Теперь он может быть уверен, что фейерверк не потревожит его сон.

2) *«Как только я нанял телохранителя, страховая компания стала требовать более высокую плату за страхование моей жизни, объясняя это тем, что теперь они исходят из более высокой вероятности моей смерти в ближайшем будущем. Это произвело на меня глубокое впечатление. У них большой опыт и накопленная статистика, им виднее; я хочу пожить подольше, поэтому я решил поскорее уволить телохранителя».*

III

1) Исследования показали, что люди, прошедшие курсы переквалификации во время кризиса, быстрее смогли найти работу, чем те, кто не прошел эти курсы. Значит, эти курсы помогают найти работу.

2) В стране X конкурируют компании А и Б, специализирующиеся на консультировании индивидуальных инвесторов. Каждый год публикуется статистика о том, сколько за прошедший год заработал каждый из инвесторов, присутствующих на рынке не меньше года. Статистика регулярно показывает, что средняя доходность вложений клиентов компании А выше, чем средняя доходность вложений клиентов компании Б. Значит, если некоторый инвестор воспользуется услугами компании А, то доходность его вложений, скорее всего, будет выше, чем если он воспользуется услугами компании Б.

IV

1) Одна кинокомпания заметила, что снятые ею сиквелы (продолжения) её же фильмов почти всегда нравятся зрителям меньше, чем первый фильм. Поэтому, если её цель — снять как можно более интересный для зрителей фильм, ей следует снять фильм на новый сценарий, не связанный с предыдущими фильмами, так как при прочих равных условиях ожидаемый кинокомпанией зрительский успех у такого фильма выше, чем у сиквела.

2) Замечено, что, в большинстве случаев, после того как родители ругают ребёнка за полученную оценку, его средний балл растёт, а после того как родители хвалят его за полученную оценку, его средний балл падает. Значит, если родители хотят, чтобы ребёнок имел как можно более высокий средний балл, за полученные оценки его нужно ругать, но нельзя хвалить.

Задача 9

(11 баллов)

- а) Может ли быть так, что выручка фирмы вырастет, если фирма снизит цену на свою продукцию?
- б) Может ли быть так, что сумма налоговых поступлений, полученных государством, вырастет, если государство снизит ставку налога?
- в) Может ли быть так, что количество водителей, погибающих в дорожно-транспортных происшествиях, вырастет, если власти (скажем, с помощью повышения размера штрафа) добьются того, что больше водителей будут пристегиваться ремнями безопасности?
- г) Что общего в этих трёх примерах? Приведите другой пример, аналогичный этим трём.

Задача 10

(17 баллов)

а) Для каждого из следующих примеров объясните его механизм:

- 1) Если все подумают, что цены скоро вырастут, то цены и правда вырастут.
- 2) Если все подумают, что банк неплатёжеспособный, то он в действительности станет неплатёжеспособным.
- 3) Если все фирмы в стране посчитают, что реализовывать их инвестиционные проекты невыгодно, то действительно для каждого из этих проектов упадёт доходность, которую фирма получила бы в случае его реализации.
- 4) Если все станут считать, что выпускники вуза А зарабатывают в среднем больше, чем выпускники вуза Б, то через несколько лет, скорее всего, это станет правдой, даже если изначально вузы не отличались по уровню средних зарплат своих выпускников.
- 5) Если все сотрудники компании считают, что сотрудник X в будущем обязательно станет генеральным директором, то это повысит его шансы стать генеральным директором.

б) Какая общая идея объединяет все эти примеры?

в) Приведите другой пример на эту же идею.

Математические задачи
(62 балла)

Задача 11

(7 баллов)

Фирма предпринимателя Ц. занимается выращиванием алюминиевых огурцов. Производство одного огурца обходится фирме в 1 рубль. Если фирма назначит цену $P \leq 9$ за огурец, то потребители будут готовы купить в общей сложности $100 \cdot (9 - P)$ огурцов; при $P > 9$ желающих покупать огурцы не найдётся.

- а) Фирма хотела бы, чтобы ее прибыль (разница между выручкой и издержками) была как можно больше. Какую цену за огурец ей разумно назначить?
- б) Государство, в лице чиновника Ч., вводит налог: с каждого проданного огурца предприниматель должен уплатить один рубль в бюджет. Стоит ли предпринимателю Ц. перекладывать весь этот налог на покупателя, добавляя рубль к старой цене? Найдите цену за огурец, которую назначит предприниматель в новых условиях.
- в) Насколько уменьшится прибыль предпринимателя из-за введения налога? Какую сумму налоговых поступлений получит государство? Верно ли, что сумма, полученная государством, в точности равна потерям предпринимателя? Если ваш ответ — нет, то в чем причина возникшего расхождения между этими величинами?
- г) Предприниматель рассматривает возможность преподнесения чиновнику «подарка»; если чиновник примет «подарок», то введенный ранее налог будет отменен. Чиновник, однако, не готов принять «подарок», если его денежная стоимость будет меньше, чем сумма получаемых им налоговых поступлений.

Пусть X — денежная стоимость подарка. Существуют ли значения X , при которых сделка будет выгодна обоим? Если да, то укажите все такие значения X .

Задача 12

(8 баллов)

Каждый из 150 тыс. жителей города N-ска каждое утро решает, добираться ли ему на работу на метро или на автомобиле. На метро можно гарантированно добраться до работы за 60 минут, независимо от количества пассажиров. Время в пути на автомобиле, однако, тем больше, чем больше людей выбрали этот вид транспорта. Если n тысяч человек решили поехать на автомобиле, то каждый из них затратит на дорогу $10 + 0,5n$ минут.

Для простоты будем считать, что время в пути — единственное, что учитывает житель при выборе способа передвижения.

- а) Сколько человек должны выехать на дорогу, чтобы суммарное время всех горожан на то, чтобы добраться до работы, было минимально? Назовем это количество водителей общественно оптимальным.
- б) Предположим, каждый человек точно оценивает количество водителей, выехавших на дорогу до него, и, независимо от других, решает, каким видом транспорта ему воспользоваться. Сколько человек поедут на автомобиле при таком независимом принятии решений? Будет ли это количество водителей общественно оптимальным?
- в) Каждый житель города оценивает 1 минуту своего времени в 10 руб. Какую плату за въезд на дороги нужно ввести государству, чтобы в ситуации, описанной в пункте б), количество водителей было общественно оптимальным?

Задача 13

(10 баллов)

В Зеландии и Голландии из некоторого ресурса производятся зонтики и галоши. Зеландия обладает 100 единицами ресурса; Голландия — 500 единицами ресурса. Технологии производства в странах также отличаются, и они полностью определяют количество ресурса, необходимое для производства 1 зонтика или 1 галоши в каждой стране:

Страна	Затраты ресурса на 1 галошу	Затраты ресурса на 1 зонтик
Зеландия	2 единица	1 единицы
Голландия	1 единицы	2 единица

В обеих странах зонтики и галоши нужны в естественной пропорции 1 : 2 (зонтики и галоши традиционно используются в комплектах из одного зонтика и двух галош).

- Допустим, страны не могут обмениваться ничем. Каково максимальное мировое производство комплектов?
- Допустим, страны могут обмениваться произведенными зонтиками и галошами, но не могут обмениваться ресурсом. Каково максимальное мировое производство комплектов?
- Допустим, страны могут обмениваться не только произведенными продуктами, но также и ресурсом. Каково максимальное мировое производство комплектов?
- И наконец, представим себе, что страны могут обмениваться всем: зонтиками, галошами, ресурсом, а главное — технологиями производства. Каково максимальное мировое производство комплектов?

Задача 14

(16 баллов)

Саша и Маша пекут пирог. Размер получившегося пирога π зависит как от усилий Саши, так и от усилий Маши: $\pi = e_C + e_M$, где e_C и e_M — усилия Саши и Маши соответственно. Готовый пирог затем разрезается на две части размером π_C и π_M , достающиеся, соответственно, Саше и Маше ($\pi_C + \pi_M = \pi$). Итоговое удовольствие каждого зависит как от размера полученной части пирога, так и от затраченных усилий:

$$U_C = \pi_C - \frac{e_C^2}{4}, \quad U_M = \pi_M - \frac{e_M^2}{8}.$$

- Допустим, мама установила такие правила: каждый из ребят независимо друг от друга выбирает уровень усилий, а затем получившийся пирог делится между ними ровно пополам. Какие уровни усилий они выберут, максимизируя каждый свое удовольствие? Каков будет общий размер пирога?
- Может ли мама увеличить удовольствие каждого из ребят по сравнению с первоначальной ситуацией, принудительно устанавливая уровни усилий и затем собственноручно деля пирог в некоторой пропорции?
- Известно, что удовольствие мамы растёт, если увеличивается удовольствие одного из детей, и при этом не уменьшается удовольствие другого. Достаточно ли этой информации, чтобы определить, какие уровни усилий установит мама, максимизируя собственное удовольствие?

г) Как-то раз мама задержалась на работе, и за главного остался папа. Он весь вечер смотрит футбол и поэтому не может наблюдать уровни усилий ребят; а раз так, то устанавливать их тоже бесполезно. Зато он может заранее объявить, в какой пропорции он будет делить между ребятами готовый пирог. Как и в пункте а), предполагаем, что ребята выбирают уровни усилий независимо друг от друга.

Верно ли, что Саше будет в итоге тем лучше, чем больше предписанная ему доля? Верно ли, что, какова бы ни была первоначальная пропорция дележа, папа, переустанавливая ее, сделал бы одному из ребят хуже?

Задача 15

(21 балл)

Жители города Андер-Арченска любят радовать друг друга подарками. Каждый из жителей дарит ровно один подарок в месяц. По традиции жители предпочитают не вручать подарки лично, а пользоваться службой экспресс-доставки.

Жители делятся на две группы: богатые и бедные; в каждой из групп по тысяче человек.

Если богатый житель воспользуется экспресс-доставкой по цене P руб., то его удовольствие будет на $(55 - P)$ единиц выше, чем если бы он вручил подарок лично. Таким образом, если цена доставки будет выше 55, то он предпочтёт вручить подарок лично.

Если бедный житель воспользуется экспресс-доставкой по цене P руб., то его удовольствие будет на $(25 - P)$ единиц выше, чем если бы он вручил подарок лично. Таким образом, если цена доставки будет выше 25, то он предпочтёт вручить подарок лично.

Для определённости будем считать, что если цена такова, что жителю безразлично, вручать подарок самому или воспользоваться услугами фирмы, он выберет второе.

Издержки фирмы на доставку одного подарка равны 5 руб. Фирма знает всю описанную выше информацию о каждой из групп жителей, но по внешнему виду обращающегося к ней клиента не может определить, к какой из двух групп он принадлежит, и поэтому она вынуждена назначать для всех клиентов одну и ту же цену.

- а) Какую цену на экспресс-доставку назначит фирма, стремящаяся максимизировать прибыль?
- б) Как-то раз к владельцу фирмы пришёл знакомый предприниматель со следующими словами:

«За 19 тыс. руб. в месяц ты можешь арендовать у меня прибор, который позволяет точно узнавать тип жителя по его внешнему виду. А ещё знай, что у меня есть склад, и если ты будешь платить мне 3 тыс. руб. в месяц, то я могу хранить там посылки по цене 5 руб. за штуку; тогда ты сможешь оказывать новую услугу — доставку с задержкой. Приросты удовольствия по сравнению с личным вручением подарка здесь другие: $(25 - P)$ для богатых жителей и $(20 - P)$ для бедных, где P — цена доставки с задержкой. Что-то мне подсказывает, что склад может тебе пригодиться. Но решай сам; моё дело — предложить».

Предположим, что предприниматель предоставил правдивую информацию. Также предположим, что если цены таковы, что жителю безразлично, каким из видов доставки пользоваться, то он выберет экспресс-доставку. Какими из двух предложений предпринимателя воспользуется фирма: только первым, только вторым, обоими или никаким?